

POGLAVLJE 11.

- 11.1 SIMPLE Algoritam;
- 11.2 Jednačina za korekciju pritiska;
 - 11.2.1 Sveobuhvatni algoritam za SIMPLE metodu;
 - 11.2.2 Diskusija i zaključci o SIMPLE algoritmu;
 - 11.2.3 Granični uslovi;
 - 11.2.4 Referentni pritisak i problem nestišljivosti;
- 11.3 SIMPLER algoritam;
 - 11.3.1 Sveobuhvatni algoritam za SIMPLER metodu;
 - 11.3.2 Diskusija i zaključci o SIMPLER algoritmu;
- 11.4 SIMPLEC algoritam;
- 11.5 Optimalna relaksacija za SIMPLE algoritam;
- 11.6 Zaključak;

11.1 SIMPLE Algoritam

SIMPLE algoritam (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations) je metod baziran na pritisku i veoma je rasprostranjen u mnogim komercijalnim kodovima koji se danas koriste. Osnovna ideja SIMPLE algoritma je da se formira sistem algebarskih jednačina za rješavanje polja pritiska iz jednačine 10.20. S obzirom da su brzine napisane i da se računaju na površinama (granicama) kontrolisanih zapremina potrebno je naći vezu između pritiska koji se sračunava u zapreminama i brzina koje se računaju na granicama. SIMPLE algoritam koristi diskretizovane momentne jednačine za vezu pritiska i jednačine kontinuiteta.

Neka su u^* i v^* diskretne vrijednosti od u i v koji su rezultat rješavanja sistema momentnih jednačina. Neka je p^* diskretna vrijednost pritiska koja se koristi u rješavanju sistema momentnih jednačina. Vrijednosti u_e^* i v_n^* zadovoljavaju jednačine:

$$\begin{aligned}
 a_e u_e^* &= \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + (p_P^* - p_E^*) \Delta y + b_e \\
 a_n v_n^* &= \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^* + (p_P^* - p_N^*) \Delta x + b_n
 \end{aligned}
 \tag{11.1}$$

Slične jednačine se mogu napisati za brzine u_w^* i v_s^* . Ako su vrijednosti pritiska p^* vrijednosti iz prethodne iteracije tada se sa izračunatim brzinama u^* i v^* ne može zadovoljiti jednačina kontinuiteta 10.20. Radi prevazilaženja tog problema treba uraditi korekcije brzina da se zadovolji jednačina 10.20:

$$\begin{aligned} u &= u^* + u' \\ v &= v^* + v' \end{aligned} \quad (11.2)$$

a analognu tome polje pritiska p^* se također može korigovati:

$$p = p^* + p' \quad (11.3)$$

Ako se sada oduzme jednačine 11.1 od jednačina 10.24 i 10.25 dobija se:

$$\begin{aligned} a_e u'_e &= \sum_{nb} a_{nb} u'_{nb} + (p'_P - p'_E) \Delta y \\ a_n v'_n &= \sum_{nb} a_{nb} v'_{nb} + (p'_P - p'_N) \Delta x \end{aligned} \quad (11.4)$$

Kao i ranije slične jednačine se mogu napisati i za u_w' i v_s' . Jednačine (11.4) predstavljaju vezu između korekcija brzina u' i v' i pritiska p' . U suštini ove jednačine treba da pokažu kako reaguje polje brzina na smanjivanje ili povećavanje polja pritiska. Međutim potrebno je sada napraviti određena pojednostavljenja. Ako se izvrši pojednostavljivanje jednačine (11.4) tako da važi:

$$\begin{aligned} a_e u'_e &\approx (p'_P - p'_E) \Delta y \\ a_n v'_n &\approx (p'_P - p'_N) \Delta x \end{aligned} \quad (11.5)$$

pa ako se uvedu koeficijenti d_e i d_n kao:

$$\begin{aligned} d_e &= \frac{\Delta y}{a_e} \\ d_n &= \frac{\Delta x}{a_n} \end{aligned} \quad (11.6)$$

jednačine (11.5) dobijaju oblik:

$$\begin{aligned} u'_e &= d_e (p'_P - p'_E) \\ v'_n &= d_n (p'_P - p'_N) \end{aligned} \quad (11.7)$$

tako da se sada jednačina (11.2) može napisati u obliku:

$$\begin{aligned} u_e &= u_e^* + d_e(p'_P - p'_E) \\ v_n &= v_n^* + d_n(p'_P - p'_N) \end{aligned} \quad (11.8)$$

Sada se korišćenjem jednačine (10.23) mogu odrediti fluksevi na granicama kontrolisane zapremine na osnovu vrijednosti brzina sa * kao:

$$\begin{aligned} F_e^* &= \rho_e u_e^* \Delta y \\ F_n^* &= \rho_n v_n^* \Delta x \end{aligned} \quad (11.9)$$

Korekcije masenih flukseva kroz granice kontrolisane zapremine su date izrazima:

$$\begin{aligned} F_e &= F_e^* + F_e' \\ F_n &= F_n^* + F_n' \end{aligned} \quad (11.10)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} F_e' &= \rho_e d_e (p'_P - p'_E) \Delta y \\ F_n' &= \rho_n d_n (p'_P - p'_N) \Delta x \end{aligned} \quad (11.11)$$

Slični izraz se mogu napisati za F_w , F_w' , F_s' i F_s' . Iz prethodno izloženih izraza vidi se kako maseni fluks varira na granicama sa promjenom pritiska. Sada je potrebno konkretno izvesti izraze za sračunavanje pritiska iz jednačine kontinuiteta.

11.2 Jednačina za korekciju pritiska

Razmotrimo za početak diskretizovanu jednačinu kontinuiteta napisanu za proizvoljnu kontrolisanu zapreminu P. Vrijednosti brzina u^* i v^* koji se dobijaju početnim rješavanjem momentnih jednačina sa vrijednostima pritiska p^* ne zadovoljavaju jednačinu kontinuiteta (10.20) već je:

$$\left(\rho u^*\right)_e \Delta y - \left(\rho u^*\right)_w \Delta y + \left(\rho v^*\right)_n \Delta x - \left(\rho v^*\right)_s \Delta x \neq 0, \quad (11.12)$$

ili prevedeno na flukseve F prethodna jednačina dobija oblik:

$$F_e^* - F_w^* + F_n^* - F_s^* \neq 0. \quad (11.13)$$

Pošto je glavni uslov da jednačine (11.2) zadovoljavaju jednačinu kontinuiteta (10.20), pa se jednačina kontinuiteta koristeći masene flukseve može napisati u obliku:

$$F_e^* + F_e' - F_w^* - F_w' + F_n^* + F_n' - F_s^* - F_s' = 0. \quad (11.14)$$

Ako se sada članovi sa indeksom ' zamijene izrazima (11.11) dobijaju se izrazi korekcije pritiska:

$$\begin{aligned} F_e^* + \rho_e d_e (p'_P - p'_E) \Delta y - F_w^* - \rho_w d_w (p'_W - p'_P) \\ + F_n^* + \rho_n d_n (p'_P - p'_N) \Delta x - F_s^* - \rho_s d_s (p'_S - p'_P) \Delta x = 0 \end{aligned} \quad (11.15)$$

Ako se sada reorganizuje prethodna jednačina dobija se konačni izraz za pritisak u zapremini P:

$$a_P p'_P = \sum_{nb} a_{nb} p'_{nb} + b, \quad (11.16)$$

gdje je:

$$\begin{aligned} a_E &= \rho_e d_e \Delta y \\ a_W &= \rho_w d_w \Delta y \\ a_N &= \rho_n d_n \Delta x \\ a_S &= \rho_s d_s \Delta x \\ a_P &= \sum_{nb} a_{nb} \\ b &= F_w^* - F_e^* + F_s^* - F_n^* \end{aligned} \quad (11.17)$$

Kao što se vidi iz jednačine (11.16) izvorni član u njoj predstavlja izvor mase koji se javlja uslijed toga što jednačina kontinuiteta nije zadovoljena u prvom pokušaju sa pritiscima p^* . Ako bi jednačine kontinuiteta bile zadovoljene za vrijednosti masenih flukseva F^* tada bi polje korekcija p' bilo uniformno. Ako se za konstantnu referentnu vrijednost izabere nulta vrijednost sve korekcije će biti jednake nuli. Samo u slučaju da postoje izvori mase različiti od nule dobija se polje korekcija koje nije uniformno, tj. različito od nule. Postupak iteracija treba obavljati sve dok se ne postigne željena tačnost.

11.2.1 Sveobuhvatni algoritam za SIMPLE metodu

Nakon svega izloženog može se dati sveobuhvatni algoritam za SIMPLE metodu u nekoliko koraka:

1. Pretpostavi se polje pritiska p^* ;

2. Izvši se diskretizacija momentnih jednačina i riješi se po u^* i v^* gdje se članovi koji predstavljaju gradijent pritiska tretiraju kao izvorni;
3. Odredjuju se maseni fluksevi na bazi brzina sa u^* i v^* (F^*) i na osnovu njih iz jednačine kontinuiteta odredjuju se izvori mase b ;
4. Formiraju se jednačine za određivanje korekcija pritiska p' na osnovu prethodno sračunatih izvora masa za sve kontrolisane zapremine;
5. Korigovanje polja pritiska na osnovu jednačine (11.3), kao i brzina na osnovu jednačina 11.8. Korigovane brzine sada zadovoljavaju jednačine kontinuiteta;
6. Rješavanje jednačina za neku skalarnu transportnu veličinu ϕ , koristeći prethodno sračunato polje brzina koje zadovoljava jednačinu kontinuiteta;
7. Ako sistem konvergira sa zadovoljavajućom tačnošću zaustavlja se proces. A ako ne sa sračunatim vrijednostima kreće se u novu iteraciju počev od tačke 2.

11.2.2 Diskusija i zaključci o SIMPLE algoritmu

Iz naprijed izloženog vidi se da je korekcija pritiska praktično pogonska sila koja upravlja strujnim poljem i koja vodi do rješenja koje je prihvatljivo tako da sve jednačine kontinuiteta napisane za sve kontrolisane zapremine budu zadovoljene. S obzirom da je potrebno pretpostaviti polje pritiska na početku, rješavanjem sistema jednačina po u^* i v^* ne garantuje se da će jednačina kontinuiteta biti zadovoljena. Vrijednosti člana b predstavljaju mjeru koliko je polje pritiska dobro pretpostavljeno. Kada se jednom sračunaju korekcije pritiska, vrši se korekcija brzina u^* i v^* koristeći jednačinu 11.2. Korigovane brzine zadovoljavaju jednačinu kontinuiteta tačno. Nije potrebno ponovo zadovoljavati momentnu diskretizovanu jednačinu, već se sa korekcijama samo koriguje već sračunato polje brzina u^* i v^* .

Posebno je potrebno naglasiti da se ovdje računaju korekcije pritiska umjesto pritiska, tako da izostavljanje članova $\sum a_{nb}u_{nb}'$ i $\sum a_{nb}v_{nb}'$ iz jednačina za račun korekcije nema konsekvence na dobijanje tačnog rješenja. To se lako vidi ako se pogleda šta se dešava u poslednjoj iteraciji. U poslednjoj iteraciji u^* v^* i p^*

zadovoljavaju momentnu jednačinu i izvorni član b je jednak nuli kao i korekcija pritiska p' . Kao što je ranije rečeno tada korekcije pritiak neće generisati promjene brzine pa važi $u=u^*$, $v=v^*$ i $p=p^*$.

Odbacivanje članova $\sum_{a_{nb}} u_{nb}'$ i $\sum_{a_{nb}} v_{nb}'$ ima uticaj na nivo konvergencije u svakom slučaju. Korekcija za brzinu u' u jednačini (11.4) zavisi i od sume susjednih članova kao i od polja pritiska, tj. drugog člana. Ako se odbaci prvi član za moment, onda se glavni uticaj daje polju pritiska, dok se uticaj okolnih članova zanemaruje, što vodi do činjenice da se polje pritiska predimenzionira na neki način. Uslijed toga može se desiti da iterativni proces divergira, dok se ne uvede određena relaksacija. Faktori kojim se uzima u obzir relaksacija u momentnim jednačinama α_u i α_v i njihova upotreba u procesu iterativnog rješavanja su objašnjeni u prethodnim poglavljima. Umjesto kompletne korekcije pritiska uzima se samo njen jedan dio kao:

$$p = p^* + \alpha_p p' . \quad (11.18)$$

Faktor relaksacije pritiska α_p se uzima da je manji od 1 tako da se uzme u obzir predimenzioniranje korekcije pritiska uslijed zanemarivanja uticaja susjednih članova na korekcije pritiska u' i v' . Važno je naglasiti da se relaksacija korekcija brzina ne vrši na način prikazan jednačinom (11.18). Cijela poenta relaksacije korekcije pritiska je da se dobiju korekcije brzina koje zajedno sa pretpostavljenim vrijednostima u^* i v^* zadovoljavaju jednačinu kontinuiteta.

11.2.3 Građni uslovi

U nekom od prethodnih poglavlja objašnjena je primjena građnih uslova različitog tipa na sistem jednačina koji se rješava u određenom domenu. Isti ili slični zaključci se primjenjuju i na momentne jednačine. Ovdje je potrebno razjasniti građne uslove koji se tiču polja pritiska. Dvije kategorije građnih uslova je potrebno ovdje razmotriti: normalna brzina i statički pritisak.

Kada je poznata brzina na građnoj površini tj. površini kontrolisane zapremine, podrazumijeva se da je data normalna komponenta brzine. Ovaj tip građnog uslova je karakterističan za slučajeve kada se posmatra kontrolisana zapremina kroz čije granice postoji ulazni odnosno izlazni tok fluida. Razmotrimo za

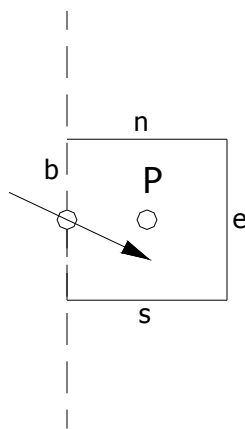
momenat bilans mase na graničnoj kontrolisanoj zapremini na slici 6.5. Naš cilj je da napišemo jednačinu za korekciju pritiska za zapreminu koja je granična. Integracijom jednačine kontinuiteta dolazi se do izraza:

$$F_e - F_b + F_n - F_s = 0. \quad (11.19)$$

Iz prethodno izloženog jasno je kako se definišu vrijednosti fluksa F_e , F_n i F_s preko korekcija pritiska. Član F_b je poznat i zavisi od brzine na površini b kao:

$$F_b = \rho_b u_b \Delta y. \quad (11.20)$$

Ovaj član se direktno inkorporira u jednačinu kontinuiteta za graničnu ćeliju, tako da u jednačini za korekciju pritiska za graničnu ćeliju nema člana sa lijeve istočne strane u jednačini (11.16). Kada je u graničnoj zapremini poznat pritisak tada je korekcija p' za tu zapreminu jednaka nuli.



Slika 11.1. Granična kontrolisana zapremina

11.2.4 Referentni pritisak i problem nestišljivosti

Kod strujanja nestišljivih fluida kada gustina praktično ne zavisi od pritiska jedine metode koje se mogu koristiti su metode na bazi pritiska, čiji je jedan od predstavnika SIMPLE metoda koja je prethodno objašnjena. Razlike u pritisima između pojedinih zapremina su jedinstveni, dok se to za pritisak ne može reći jer je p i $p+C$ rješenje sistema jednačina. Da bi pritisak bio jedinstveno određen potrebno je odrediti repenu vrijednost pritiska u nekoj tački domena. Ako se tako uradi tada umjesto N jednačina polje korekcija pritiska se rješava u $N-1$ jednačini. Ovaj slučaj se

samo javlja kada su granični uslovi zadati preko brzina. Medjutim ako je zadat pritisak na nekoj od granica tada je polje korekcija koje se sračunava jedinstveno. KOd strujanja stišljivog fluida gdje je gustina funkcija pritiska potrebno je dati bar jedan granični uslov preko pritiska. Vratimo se sada na jednačinu (11.16) kojom se određuju korekcije pritiska. Naša je slobodna volja da postavimo nivo pritiska na brojnu vrijednost koju mi želimo, na primjer nultu vrijednost.

11.3 SIMPLER algoritam

Prethodno izloženi SIMPLE algoritam ima široku upotrebu u mnogim komercijalnim kodovima. Medjutim postoji nekoliko pokušaja da se ubrza proces konvergiranja tokom iterativnog rješavanja problema. Jedan od njih je i tzv. SIMPLER algoritam (SIMPLE – Revised). Jedna od karakteristika SIMPLE algoritma je zanemarivanje članova $\sum a_{nb}u_{nb}'$ i $\sum a_{nb}v_{nb}'$ tokom rješavanja polja korekcija pritiska, što dovodi do predimenzionisanja tokom proračuna korekcije pritiska, pa je potrebna njihova relaksacija uvodjenjem posebnog faktora relaksacije. Uvodjenjem relaksacionog faktora smanjuje se brzina konvegenције, medjutim pristup sa korekcijama pritiska ima smisla, dok veći problem predstavlja početno predpostavljanje polja pritiska. U tom cilju SIMPLER algoritam nudi znatno povoljnije rješenje jer ne zahtijeva pretpostavljanje polja pritiska u polaznoj tački. Kada se u početku rješava polje brzina sa predpostavljenim pritiskom p^* može da se izgubi pravi smisao strujnog polja, kkoji može da ode tako daleko da ga je kasnije nemoguće povratiti. Mnogo bolje rješenje je formiranje algoritma kojim se može odrediti umjesto predpostaviti polazno polje pritiska. Sa SIMPLER algoritmom moguće je izvesti jednačinu za pritisak ako se podje od diskretizovanih momentnih jednačina:

$$\begin{aligned} u_e &= \frac{\sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b_e}{a_e} + d_e (p_P - p_E) \\ v_n &= \frac{\sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b_n}{a_e} + d_n (p_P - p_N) \end{aligned} \quad (11.21)$$

pa ako se definišu tzv. pseudo brzine:

$$\begin{aligned}\bar{u}_e &= \frac{\sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b_e}{a_e} \\ \bar{v}_n &= \frac{\sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b_n}{a_e},\end{aligned}\quad (11.22)$$

jednačina (11.22) može se napisati u obliku:

$$\begin{aligned}u_e &= \bar{u}_e + d_e (p_P - p_E) \\ v_n &= \bar{v}_n + d_n (p_P - p_N).\end{aligned}\quad (11.23)$$

Ako se sada definišu i maseni fluksevi kroz granice kontrolisane zapremine:

$$\begin{aligned}\bar{F}_e &= \rho_e \bar{u}_e \Delta y \\ \bar{F}_n &= \rho_n \bar{v}_n \Delta x,\end{aligned}\quad (11.24)$$

tako da se jednačina (11.23) transformiše u:

$$\begin{aligned}F_e &= \bar{F}_e + \rho_e d_e \Delta y (p_P - p_E) \\ F_n &= \bar{F}_n + \rho_n d_n \Delta x (p_P - p_N).\end{aligned}\quad (11.25)$$

Ako se jednačine (11.25) smijene u jednačinu kontinuiteta (10.20) dobija se jednačina za određivanje pritiska:

$$a_P p_P = \sum_{nb} a_{nb} p_{nb} + b, \quad (11.26)$$

gdje je:

$$\begin{aligned}a_E &= \rho_e d_e \Delta y \\ a_W &= \rho_w d_w \Delta y \\ a_N &= \rho_n d_n \Delta x \\ a_S &= \rho_s d_s \Delta x \\ a_P &= \sum_{nb} a_{nb} \\ b &= \bar{F}_w - \bar{F}_e + \bar{F}_s - \bar{F}_n.\end{aligned}\quad (11.27)$$

Forma jednačine za pritisak je ista kao i jednačina za korekciju pritiska, dok su koeficijenti a_{nb} isti kao i kod jednačine za korekciju pritiska kod SIMPLE algoritma. Slobodni član b kao i ranije predstavlja izvore mase koji su posledica netačnog izračunavanja bilansa mase u kontrolisanim zapreminama sa brzinama \bar{u} i \bar{v} ,

umjesto sa brzinama iz prethodne iteracije u^* i v^* kao kod SIMPLE algoritma. Osnovna razlika ovog algoritma u odnosu na SIMPLE je što nema potrebe za pretpostavljanjem polja pritiska u početnoj iteraciji već se ono sračunava na osnovu pseudo brzina \bar{u} i \bar{v} .

11.3.1 Sveobuhvatni algoritam za SIMPLER metodu

Naprijed opisani SIMPLER algoritam sastoji se iz sledećih koraka:

1. Pretpostavi se brzinsko polje ili se uzme iz prethodnog vremenskog trenutka;
2. Izračunaju se pseudo brzine \bar{u} i \bar{v} iz jednačina (11.22);
3. Izračuna se polje pritiska iz jednačine (11.26);
4. Izračuna se polje brzina u, v iz jednačina (11.21), koristeći prethodno sračunato polje pritiska;
5. Izračunati ponovo izvore masa b , ali sada na osnovu sračunatog brzinskog polja iz tačke 4;
6. Izračuna se korekcija pritiska p' iz jednačine (11.21);
7. Izvrši se korekcija brzina iz tačke 4 sa sračunatim korekcijama pritiska, ali se pritisak ne koriguje!;
8. Kada je jednačina kontinuiteta zadovoljena, sa sračunatim poljem brzina sračunavaju se ostale skalarne transportne veličine ϕ , kao na primjer entalpija ili koncentracija;
9. Proveriti konvergenciju i vratiti se u tačku 2 ako nije zadovoljeno.

11.3.2 Diskusija i zaključci o SIMPLER algoritmu

Prikazani SIMPLER algoritam ima značajne prednosti u odnosu na SIMPLE u smislu da nije potrebno pretpostavljati polje pritiska u početnoj iteraciji. Polje pritiska se generiše na osnovu debalansa masa uslijed smjenjivanja tzv. pseudo brzina u jednačinu kontinuiteta. Za razliku od SIMPLE algoritma SIMPLE algoritam nema

osobinu da sa pretpostavljanjem polja pritiska uništi sliku strujnog polja koju kasnije nije moguće regenerisati.

Kao druga značajna osobina koja se može navesti je da SIMPLER algoritam računa i pritisak i korekciju pritiska. Iz iskustva je poznato da sračunavanje pritiska i korekcije pritiska uzima 90% kompjuterskog vremena za jedan vremenski korak integracije, pa se korišćenjem SIMPLE algoritma ovo vrijeme praktično prepolovljava. Često puta odsustvo Dirichlet – ovih graničnih uslova za pritisak čini proces konvergencije veoma sporim. Ista priča važi i za pritisak i korekciju pritiska. S obzirom da se dva puta rješava jednačina sa pritiskom vrijeme proračuna kod SIMPLER algoritma je dva puta duže što se može navesti kao jedan od njegovih nedostataka. Na kraju s obzirom da se korekcija pritiska p' ne koristi za korekciju pritiska nije potrebna relaksacija kao kod SIMPLE algoritma.

11.4 SIMPLEC algoritam

Algoritam pod nazivom SIMPLEC predstavlja u stvari SIMPLE – Corrected algoritam i kao i prethodni dijagram ima za cilj da prevaziđe problem koji ima SIMPLE algoritam a koji je vezan za zanemarivanje članova $\sum a_{nb}u'_{nb}$ i $\sum a_{nb}v'_{nb}$ u jednačinama (11.7). Umjesto zanemarivanja ovih članova uvodi se aproksimacija kao:

$$\begin{aligned} \sum_{nb} a_{nb}u'_{nb} &\approx u'_e \sum_{nb} a_{nb} \\ \sum_{nb} a_{nb}v'_{nb} &\approx v'_n \sum_{nb} a_{nb} \end{aligned} \quad (11.28)$$

pa se jednačina (11.4) transformiše u oblik:

$$\begin{aligned} \left(a_e - \sum_{nb} a_{nb} \right) u'_e &= (p'_P - p'_E) \Delta y \\ \left(a_n - \sum_{nb} a_{nb} \right) v'_n &= (p'_P - p'_N) \Delta x \end{aligned} \quad (11.29)$$

Sada se članovi d_e i d_n mijenjaju pa imaju oblik:

$$d_e = \frac{\Delta y}{(a_e - \sum_{nb} a_{nb})}$$

$$d_n = \frac{\Delta x}{(a_n - \sum_{nb} a_{nb})} . \quad (11.30)$$

Ostatak procedure je isti kao kod SIMPLE algoritma, osim što nije potrebna relaksacija kao u jednačini (11.18). Iz jednačine (11.30) se vidi da je momentnu jednačinu potrebno relaksirati da bi se izbjeglo da imenioci u jednačinama (11.30) budu različite od nule. U praksi se pokazuje da SIMPLEC algoritam konvergira brže od SIMPLE algoritma dok je vrijeme kraće dva puta od SIMPLER algoritma.

11.5 Optimalna relaksacija za SIMPLE algoritam

Moguće je napraviti SIMPLE algoritam bržim koristeći SIMPLEC algoritam ili odabirom odgovarajućeg relaksacionog faktora. Procedura SIMPLE uvodi korekciju pritiska tako da je:

$$p = p^* + \alpha_p p' , \quad (11.31)$$

dok je kod SIMPLEC algoritma:

$$p = p^* + p' . \quad (11.32)$$

Umjesto korekcije p' neka se sada SIMPLE algoritmom sračunava varijabla \bar{p}' koja se sračunava kao:

$$\bar{p}' = \alpha_p p' . \quad (11.33)$$

pa poslije toga jednačina za korekciju ima oblik jednačine (11.32). Sada se SIMPLE algoritam može tretirati kao SIMPLEC ako se sračunava \bar{p}' umjesto p' . Razmotrimo sada jednačinu za p' koja se rješava SIMPLEC algoritmom. Jednačina ima formu:

$$a_p \bar{p}_p = \sum_{nb} a_{nb} \bar{p}_{nb} + b , \quad (11.34)$$

gdje koeficijenti a_{nb} imaju formu:

$$a_{nb} = \frac{\rho \Delta y^2}{a_e - \sum_{nb} a_{nb}} . \quad (11.35)$$

Razmotrimo sada slučaj da nema izvornog člana radi jednostavnosti. Član a_e koji predstavlja sumu okolnih članova za pomjerenu kontrolisanu zapreminu mora se relaksirati da se izbjegne dijeljenje sa nulom u jednačini (11.35) tako da ima formu:

$$a_{nb} = \frac{\sum_{nb} a_{nb}}{\alpha_u} , \quad (11.36)$$

pa se zamjenom poslednje jednačine u jednačinu (11.35) dobija:

$$a_{nb} = \frac{\rho \Delta y^2}{\frac{1 - \alpha_u}{\alpha_u} \sum_{nb} a_{nb}} . \quad (11.37)$$

Vratimo se sada izvorno SIMPLE algoritmu. Ako se sračunavaju korekcije p' u formi \bar{p} dobija se jednačina za korekcije u formi:

$$a_p \bar{p}_p = \sum_{nb} a_{nb} \bar{p}_{nb} + b , \quad (11.38)$$

gdje koeficijenti a_{nb} imaju formu:

$$a_{nb} = \frac{\rho \Delta y^2}{\frac{\alpha_p}{\alpha_u} \sum_{nb} a_{nb}} . \quad (11.39)$$

Ako se sada zahtijeva da koeficijenti sračunati prethodnom jednačinom budu isti kao koeficijenti u jednačini (11.37) dobija se da mora biti:

$$\alpha_p = 1 - \alpha_u . \quad (11.40)$$

Dakle, ako se koristi poslednja jednačina za relaksaciju momentne jednačine i korekcije pritiska vidi se da se praktično reprodukuje SIMPLEC algoritam.

11.6 Zaključak

U ovom poglavlju prikazana su tri različita načina za diskretizaciju momentne jednačine i jednačine kontinuiteta, iz kojih se određuje polje pritiska i polje brzina u nekom domenu. Pored ova tri metoda u literaturi postoje još metoda koje takodje polaze od bazičnog SIMPLE algoritma. Sve prikazane procedure imaju dobre performanse u smislu korišćenja računarskih resursa kao i vremena proračuna za različite klase problema. Glavno vrijeme koje je potrebno za izračunavanje potroši se na rješavanje polja pritiska pa u tom smislu SIMPLE i SIMPLEC algoritam imaju određene prednosti u odnosu na SIMLER, kod kojega se u toku jednog vremenskog koraka (iteracije) sračunavanje pritiska vrši dva puta. Kada je problem koji se rješava izuzetno nelinearan uslijed postojanja zapreminskih sila koje indukuju snažne promjene polja pritiska, obično je potrebno više iteracija za savladavanje problema, pa je i relaksacija potrebna pri rješavanju momentne i jednačina pritiska.